금융시계열 모형의 주요 가정

한 창호

경제학 박사/퀀트글로벌 대표

금융계량경제학이란?

- “금융 분야 문제 해결을 위해 통계적 기법을 응용하는 것”
  - 금융이론 검증
  - 자산가격이나 수익률 추정
  - 변수간의 관계에 대한 가설 검증
  - 경제상황변화가 금융시장에 미치는 영향조사
  - 금융 변수의 미래값 예측
  - 금융 의사결정

왜 금융계량경제학?

- 통계학/계량경제학 차이는?
  - 데이터 생성 환경에 대한 통제, 반복 불가
  - 주어진 많은 제약하에서 작업 진행

- 계량경제학/금융계량경제학의 차이는?
  - 매우 짧은 데이터 관측 주기
    ex) GDP vs 주가
  - 데이터 방대, 그러나 잡음 많음
  - 신호와 잡음의 분리가 관건

금융 데이터의 종류

- 시계열/횡단면/패널
  - 시계열: 일정 기간 동안에 걸쳐 수집된 자료
  - 횡단면: 단일 시점에 수집된 자료
  - 패널=시계열+횡단면

    ex) 2년간에 걸친 블루칩 주식들의 일별 가격자료

- 연속형/이산형

- 기수적/서수적/명목적

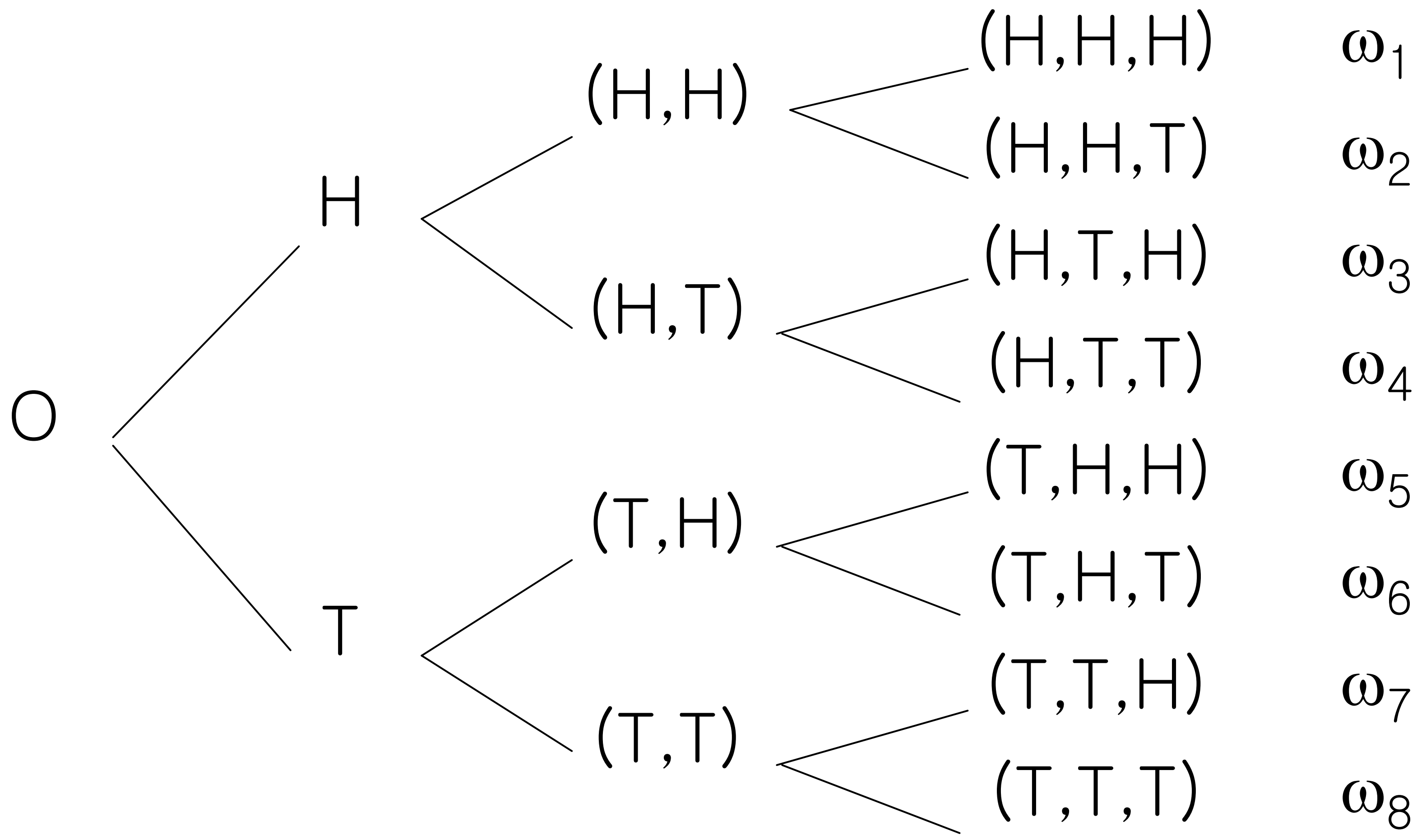
시계열 데이터의 의미

- 데이터생성확률과정(DGP:Data Generating Process)의 한 표본경로(Sample Path)에 대한 관측치

- 표본경로 반복 생성이 불가능한 금융시계열의 경우 “Ergodicity” 가정이 필수적임

- Key Word: 확률과정(Stochastic Process), 표본경로(Sample Path), Ergodicity 가정

확률과정



O
H
T
(H,H)
(H,T)
(T,H)
(T,T)
(H,H,H) ω_1
(H,H,T) ω_2
(H,T,H) ω_3
(H,T,T) ω_4
(T,H,H) ω_5
(T,H,T) ω_6
(T,T,H) ω_7
(T,T,T) ω_8

확률과정, 확률변수, 표본경로

- 확률과정: 시간과 표본의 함수 $X(t, \omega)$
- 확률변수: 표본의 함수 $X(\omega)$
- 표본경로: 특정 표본에 대한 시간의 함수
  $X(t, \omega_3)$
- 표본(Sample): $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8$

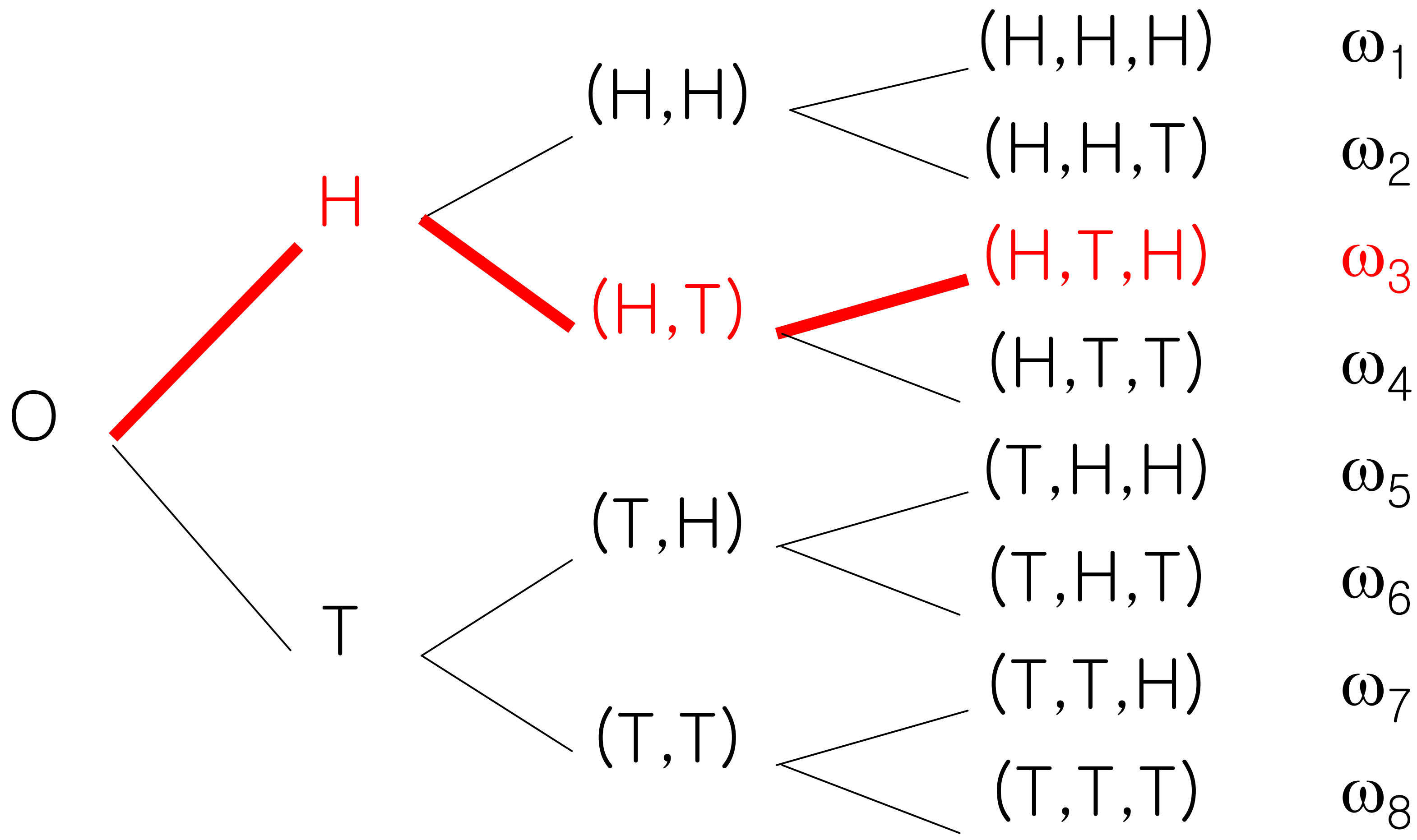
표본 경로

- X 를 앞면(H)이 나온 횟수를 세는 함수라고 가정

- 확률과정 $X(t, \omega)$의 $\omega=\omega_3$ 에서의 표본 경로:
  $X(t, \omega_3) = X(t, (H,T,H))$

- $X(0, \omega_3)=0$, $X(1, \omega_3)=1$, $X(2, \omega_3)=1$, $X(3, \omega_3)=2$

$\omega=\omega_3$ 에서의 표본경로



확률변수

- 확률변수는 사건 ω 의 함수

  $X(\omega_1)=X((H,H,H))=3$
  $X(\omega_2)=X((H,H,T))=2$
  $X(\omega_3)= X((H,T,H))=2$
  $X(\omega_4)= X((H,T,T))=1$
  $X(\omega_5)= X((T,H,H))=2$
  $X(\omega_6)= X((T,H,T))=1$
  $X(\omega_7)= X((T,T,H))=1$
  $X(\omega_8)= X((T,T,T))=0$

금융시계열의 표본경로적 해석

- 금융시계열: DGP의 특정 표본경로를 관찰한 것
- 특정 표본(예를 들어 ω_3)에 대해 시간의 흐름에 따라 발생하는 결과를 관찰한 것이지, 시점마다 다른 표본이 발생하는 것으로 해석해서는 안됨

$X(0, \omega_3), X(1, \omega_3), X(2, \omega_3), X(3, \omega_3)$ (O)

$X(0, \omega_3), X(1, \omega_2), X(2, \omega_5), X(3, \omega_1)$ (X)

Ergodicity 정의

- Ensemble average 대신 Time average 를 이용하여 stationary DGP의 평균, 분산 등의 계산 가능

- Keyword: Ensemble average, Time average

Ensemble average

- Ensemble average 로 stationary stochastic process X(t,ω)의 기대값 계산:

$$E(X(t,\omega)) = p\lim_{I\to\infty} \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} X(t,\omega_i)$$

- Ensemble average 를 사용하기 위해서는 무수히 많은 표본경로 생성 필요

$$X(t,\omega_i), \quad i = 1, 2, 3, \cdots$$

Time average

- Time averge 계산

$$\bar{X} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} X(t,\omega)$$

- Stationary stochastis process 가 평균에 대해 Ergodic 하다는 의미

$$E(X(t,\omega)) = p\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} X(t,\omega)$$

Ergodicity 필요성

- 금융시계열 반복 생성 현실적으로 불가능
  - ex) 1년간의 삼성전자 종가 데이터 반복 생성

- 주어진 하나의 표본경로를 사용하여 모든 통계적 추정, 검증, 예측 작업이 이루어져야 한다는 현실적 제약
  - 시계열이 “Ergodic” 하다는 가정이 필요

Ergodicity 가정의 의의

- 하나의 표본경로만 가지고 있을지라도 충분히 긴 기간에 대한 관측치가 있으면 stationary stochastic process 의 평균, 분산 등을 time average 개념으로 계산할 수 있다.

- 표본경로의 반복 생성이 불가능한 금융시계열에 특히 유용한 가정

Stationarity/Ergodicity

- 대부분의 경우에 Stationarity 조건과 Ergodicity 조건이 동일하나,
  - Stationarity: 시간이 지나도 시계열의 기본 속성이 변하지 않음
    ex) 공분산 stationarity
- Stationary 하지만 Ergodic 하지 않은 시계열이 존재함

Stationarity/Ergodicity